

Top

TEST

Left side

Right side

Bottom

las lecciones en pdf están en:



<https://www.physics.umd.edu/rgroups/amo/orozco/results/2023/Results23.htm>

Correlaciones en óptica y en óptica cuántica:

Una serie de lecciones a cerca de correlaciones y coherencia Junio 2023

Luis A. Orozco

www.jqi.umd.edu

Universidad de Concepción



Lección 5

Lista tentativa de tópicos a tratar:

- De la estadística y el algebra lineal a la densidad espectral de potencia.
- Perspectiva histórica y ejemplos en varias areas de física.
- **Funciones de correlación en óptica clásica**
- **La relación entre correlación y la coherencia.**
- **Funciones de correlación en óptica cuántica.**
- Electrodinámica cuántica de cavidades.
- Correlaciones en electrodinámica cuántica de cavidades $g^{(3/2)}$ I.
- Correlaciones en electrodinámica cuántica de cavidades $g^{(2)}$ II.

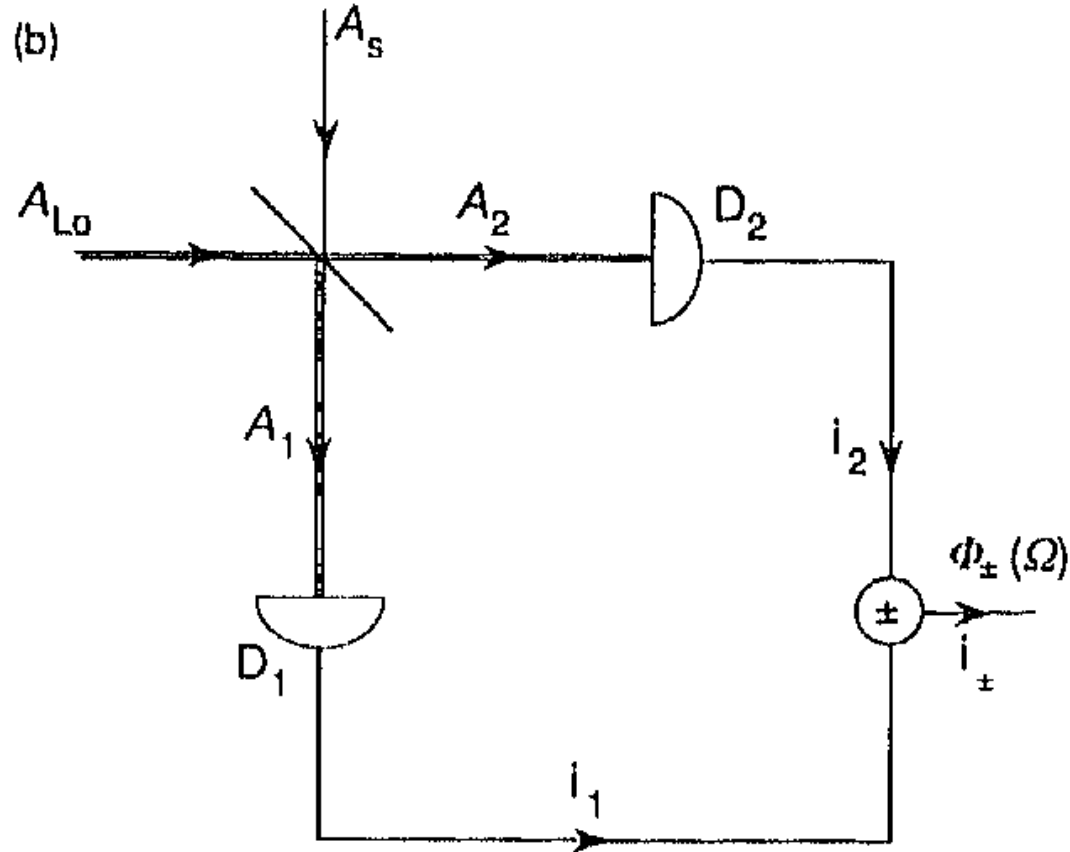
Recapitulación del ruido de disparo
basado en las notas de H. J. Kimble 1992

$$\begin{aligned}
\langle i(t)i(t+\tau) \rangle &= \int dt' W_1(t') Q(t-t') Q(t+\tau-t') \\
&\quad + \int dt' \int dt'' W_2(t', t'') Q(t-t') Q(t+\tau-t'') \\
&= Q_0^2 \alpha \langle : I(\tau) : \rangle \delta(\tau) \\
&\quad + Q_0^2 \alpha^2 \langle : I(t) I(t+\tau) : \rangle.
\end{aligned}$$

$$\langle \Delta i(t) \Delta i(t+\tau) \rangle = Q_0^2 \alpha \langle : I(t) : \rangle \delta(\tau) + Q_0^2 \alpha^2 C(\tau)$$

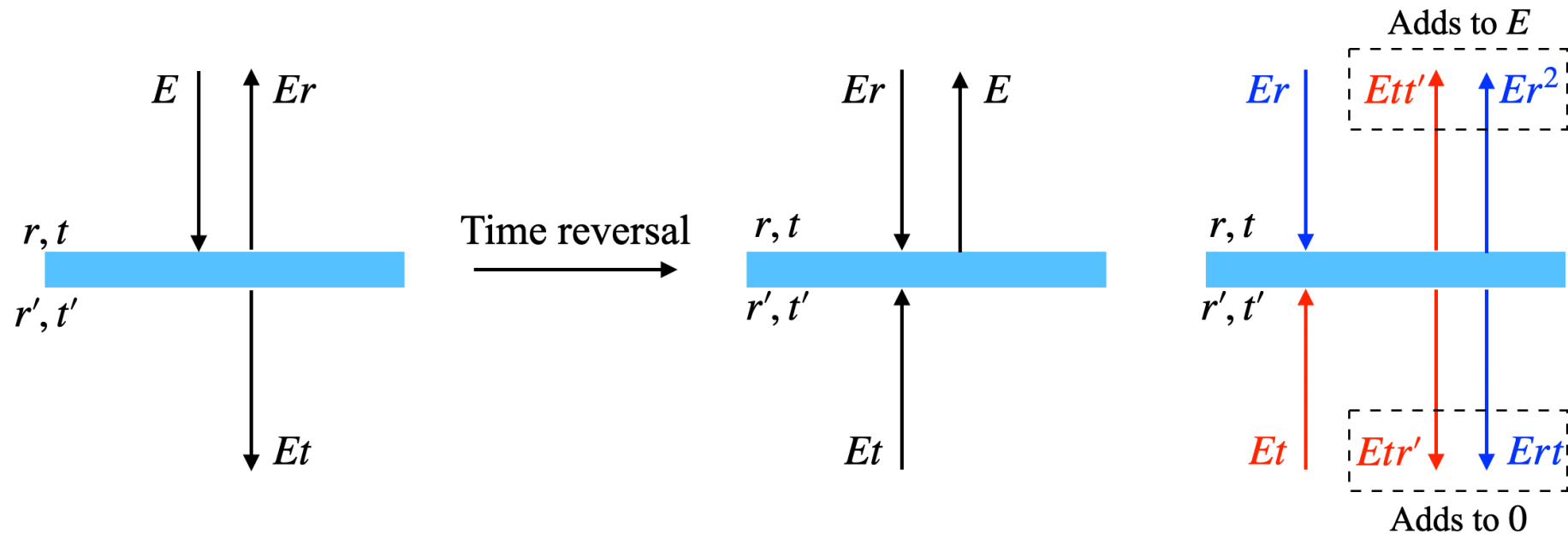
$$C(\tau) \equiv \langle : I(t) I(t+\tau) : \rangle - \langle : I : \rangle^2.$$

Detector homodino balanceado



El ruido común del LO es eliminado en la salida -

el argumento de Stokes



relaciones de Fresnel:
$$r = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}$$

So $tt' + r^2 = 1, r + r' = 0$

la correlación del campo A

$$A = rA_{\text{LO}} + tA_s.$$

Primer orden en A_s

$$C(\tau) = RTA_0^2 [e^{-2i\theta} \langle A_s(t + \tau), A_s(t) \rangle + e^{2i\theta} \langle A_s^\dagger(t), A_s^\dagger(t + \tau) \rangle + \langle A_s^\dagger(t), A_s(t + \tau) \rangle + \langle A_s^\dagger(t + \tau), A_s(t) \rangle],$$

las fluctuaciones de las cuadraturas del campo electromagnético:

$$z_\theta(t) = e^{-i\theta} A_s(t) + A_s^\dagger(t) e^{i\theta},$$

$$C(\tau) = RTA_0^2 \langle : z_\theta(t), z_\theta(t + \tau) : \rangle$$

$$\langle \Delta i(t) \Delta i(t + \tau) \rangle = Q_0 i_0 [\delta(\tau) + \alpha T \langle : z_\theta(t), z_\theta(t + \tau) : \rangle],$$

$$\Phi(\Omega, \theta) = Q_0 i_0 [1 + \alpha T S_s(\Omega, \theta)],$$

$$S_s(\Omega, \theta) = \int d\tau e^{-i\Omega\tau} \langle : z_\theta(t), z_\theta(t + \tau) : \rangle.$$

Este es el espectro de squeezing que puede ser positivo o negativo pero está sobre el ruido de disparo y depende de la eficiencia de transmisión y detección.

La densidad espectral de potencia del ruido de disparo cuando $S=0$:

$$\langle (\Delta i(\Omega, \theta))^2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \left[\int_{-\Omega - \Delta\Omega/2}^{-\Omega + \Delta\Omega/2} \Phi(\Omega, \theta) d\Omega + \int_{\Omega - \Delta\Omega/2}^{\Omega + \Delta\Omega/2} \Phi(\Omega, \theta) d\Omega \right]$$

$$\langle (\Delta i(\Omega))^2 \rangle = 2Q_0 i_0 B. \quad B = \text{Ancho de banda}$$

Pero si hay squeezing $S \neq 0$

$$\langle (\Delta i(\Omega))^2 \rangle = 2Q_0 i_0 B [1 + \xi S(\Omega, \theta)]$$

Tener en cuenta la propagación, α detección, η eficiencia de batido, y ρ eficiencia del escape de la cavidad, transmisión del generador a los detectores T_0

$$\xi \equiv \alpha \eta^2 T_0 \rho$$

Las ecuaciones de ruido recuerdan al artículo de Einstein de 1909 sobre la radiación del cuerpo negro que analiza las fluctuaciones de energía para un cuerpo negro.

Einstein encontró que la varianza en la energía $\langle (\Delta E)^2 \rangle$ dentro de un pequeño intervalo de volumen y frecuencia podía escribirse en términos de las fluctuaciones de partículas más las de onda:

$$\langle (\Delta E)^2 \rangle = (\hbar\omega)^2 \langle m \rangle + \langle (\Delta I)^2 \rangle$$

El primer término son las fluctuaciones de partículas y el segundo las fluctuaciones de onda

$$\langle \Delta i(t) \Delta i(t + \tau) \rangle = Q_0 i_0 [\delta(\tau) + \alpha T \langle : z_0(t), z_0(t + \tau) : \rangle],$$

Referencia recomendada:

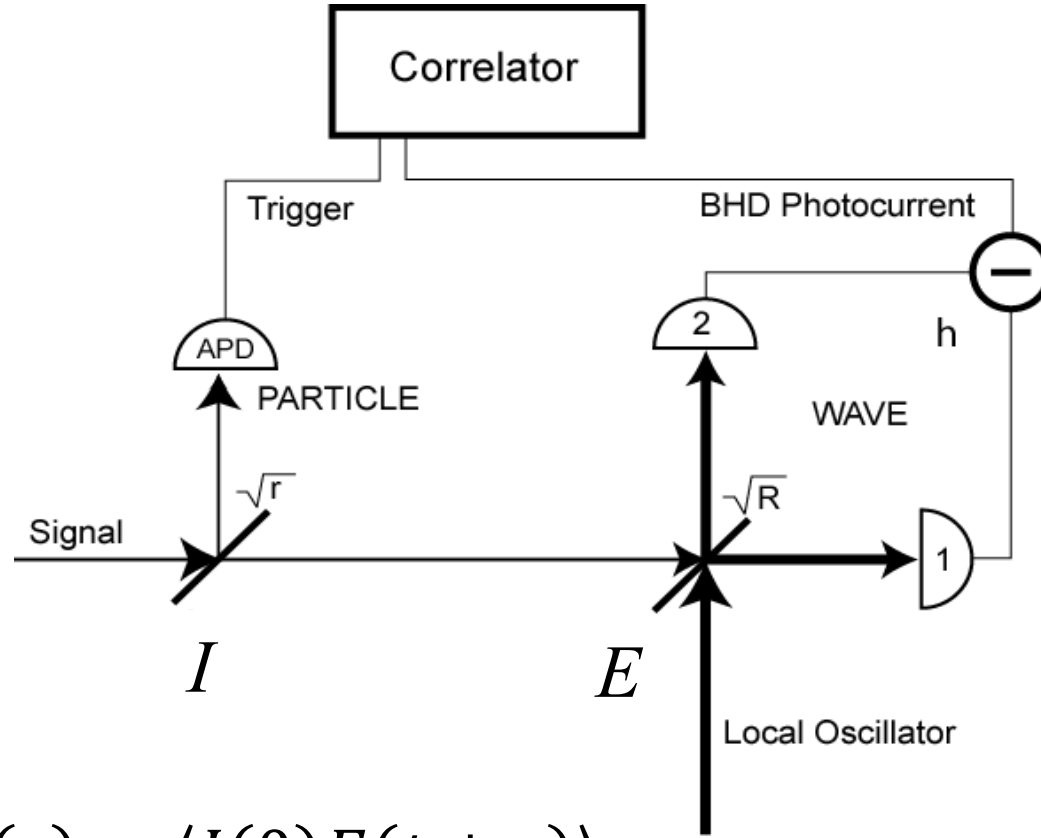
Kimble H J 1992 Quantum fluctuations in quantum optics - squeezing and related phenomena *Fundamental Systems in Quantum optics: Les Houches Lecture Notes, Session LIII* ed J Dalibard, J-M Raimond and J Zinn-Justin (Amsterdam: North-Holland) p 545

¿Cómo correlacionar
campos e
intensidades?

Detección del campo: Homodina.

Medición condicional: Solo medir cuando haya una fluctuación.

El correlacionador de campo de intensidad.



$$H(\tau) = G^{3/2}(\tau) = \langle I(0)E(t + \tau) \rangle$$

El detector homodino balanceado suprime el ruido técnico común.

El correlacionador es un osciloscopio de almacenamiento digital;

Solo promediar la fotocorriente si hay una fluctuación.

El promedio del ruido de disparo es cero.

Funciones de correlación sin normalizar

$$G^{(1)}(\tau) := \langle \mathcal{E}^*(t) \mathcal{E}(t + \tau) \rangle$$

$$G^{(3/2)}(\tau) := \langle \mathcal{E}^*(t) \mathcal{E}(t) \mathcal{E}^*(t + \tau) \mathcal{E}_{lo}(t + \tau) \rangle + c.c.$$

$$G^{(2)}(\tau) := \langle \mathcal{E}^*(t) \mathcal{E}(t) \mathcal{E}^*(t + \tau) \mathcal{E}(t + \tau) \rangle.$$

Donde $\mathcal{E}_{lo}(t) = A_{lo} \exp(-i\omega_{lo}t)$ con $A_{lo} = E_{lo} \exp(i\theta)$,
es el oscilador local coherente en el mismo modo
 $\omega_{lo} = \langle \omega \rangle$ que el campo

La captura de la evolución del batido de la cuadratura está condicionada a una fluctuación de la intensidad.

$$\mathcal{E}(t)\mathcal{E}^*(t)$$

$$G^{(3/2)}(\tau) := \langle \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}(t)\mathcal{E}^*(t + \tau)\mathcal{E}_{lo}(t + \tau) \rangle + c.c.$$

Estas son las fluctuaciones de la cuadratura

El cálculo de la razón S/N requiere tener en cuenta cuál es la señal. Usualmente

La diferencia entre $g^{(n)}(0)$ y $g^{(n)}(t \gg 0)$.

También la función de respuesta del detector.

Ruido de disparo y técnico.

Condicionar en una fluctuación

Mide la función de correlación de la Intensidad y una cuadratura del Campo:

$$\langle I(t) E_{\theta}(t+\tau) \rangle$$

En forma normalizada :

$$g^{(3/2)}_{\theta}(\tau) = \langle E_{\theta}(\tau) \rangle_c / \langle E \rangle$$

Piensen en como opera un osciloscopio

$$g^{(3/2)}_{\theta}(\tau) = 1 + \frac{\langle : \Delta \hat{a}_{\theta}(0) \Delta \hat{a}_{\theta}(\tau) : \rangle}{\langle \Delta \hat{a}^{\dagger} \Delta \hat{a} \rangle} + \xi(\tau)$$

Al medir siempre queda un remanente del ruido de disparo

Pero las fluctuaciones de la intensidad son la suma de las dos cuadraturas

$$\langle \Delta \hat{a}^{\dagger} \Delta \hat{a} \rangle = \langle : (\Delta \hat{a}_{\theta})^2 : \rangle + \langle : (\Delta \hat{a}_{\theta + \pi/2})^2 : \rangle$$

Las varianzas siempre son positivas

En tiempos iguales clasicamente:

$$0 \leq g^{(3/2)}_{\theta}(0) - 1 \leq 1$$

De la misma manera que en la $g^{(2)}$

$$|g^{(3/2)}_{\theta}(\tau) - 1| \leq |g^{(3/2)}_{\theta}(0) - 1| \leq 1$$

Estas desigualdades ponen limites superiores, el ruido clásico está limitado.

Como las varianzas son negativas si hay squeezing (Espectro negativo), las fluctuaciones squeezed (unsqueezed) violan los límites inferior (superior) de la primera desigualdad. La segunda limita el tamaño de las fluctuaciones de cualquiera de las cuadraturas, la dinámica está también clásicamente limitada.

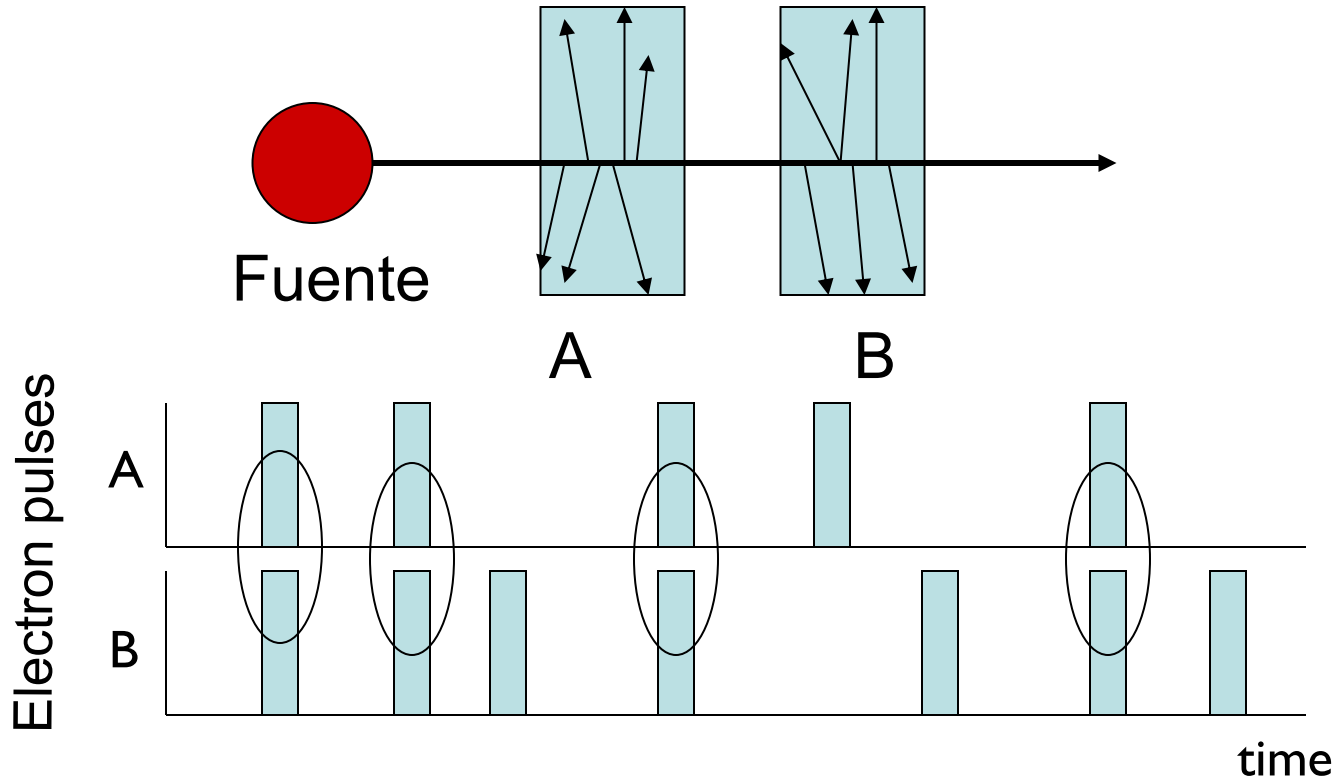
Mediciones condicionales:

Haz una medición solo cuando sepas que hay algo que medir.

Conviene hacer mediciones en coincidencia.

Ejemplo:

Calibración de un detector de partículas. (Geiger en 1910)



4 coincidencias de 5 detecciones A; eficiencia de $B=4/5$
 No es necesario conocer la eficiencia de A.

Las correlaciones clásicas están relacionadas entre sí si el proceso aleatorio es gaussiano o similar.

$$\Gamma^{(2)}(\tau) \equiv \langle I(t)I(t + \tau) \rangle = \langle E^*(t)E^*(t + \tau)E(t + \tau)E(t) \rangle.$$

times. For a thermal source with Gaussian statistical distribution, we can apply the Gaussian moment theorem (see Isserlis theorem in Eq. (1.28)):

$$\langle ABCD \rangle = \langle AB \rangle \langle CD \rangle + \langle AC \rangle \langle BD \rangle + \langle AD \rangle \langle BC \rangle. \quad (4.27)$$

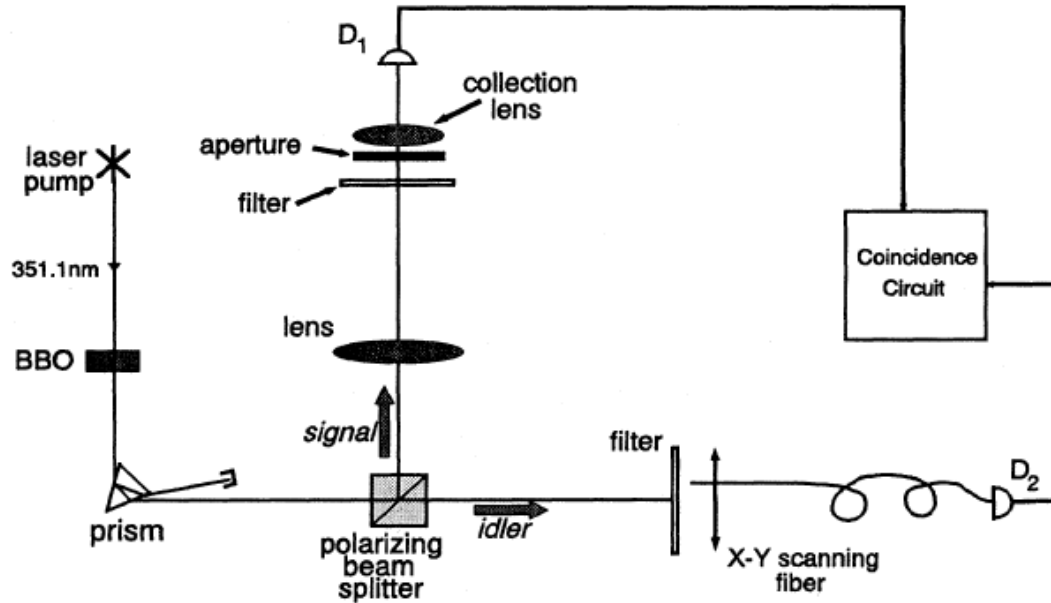
$$\begin{aligned} \Gamma^{(2)}(\tau) &= \langle E^*(t)E^*(t + \tau) \rangle \langle E(t + \tau)E(t) \rangle \\ &\quad + \langle E^*(t)E(t + \tau) \rangle \langle E^*(t + \tau)E(t) \rangle \\ &\quad + \langle E^*(t)E(t) \rangle \langle E^*(t + \tau)E(t + \tau) \rangle \\ &= |\Gamma(\tau)|^2 + |\Gamma(0)|^2, \end{aligned}$$

where, due to the randomness of the phase of the field, $\langle E^*(t)E^*(t+\tau) \rangle = 0 = \langle E(t+\tau)E(t) \rangle$. Hence, the normalized intensity correlation function is

$$\begin{aligned} g^{(2)}(\tau) &\equiv \frac{\langle E^*(t)E^*(t+\tau)E(t+\tau)E(t) \rangle}{\langle E^*(t)E(t) \rangle \langle E^*(t+\tau)E(t+\tau) \rangle} \\ &= \Gamma^{(2)}(\tau)/|\Gamma(0)|^2 = 1 + |\gamma(\tau)|^2, \end{aligned} \quad (4.29)$$

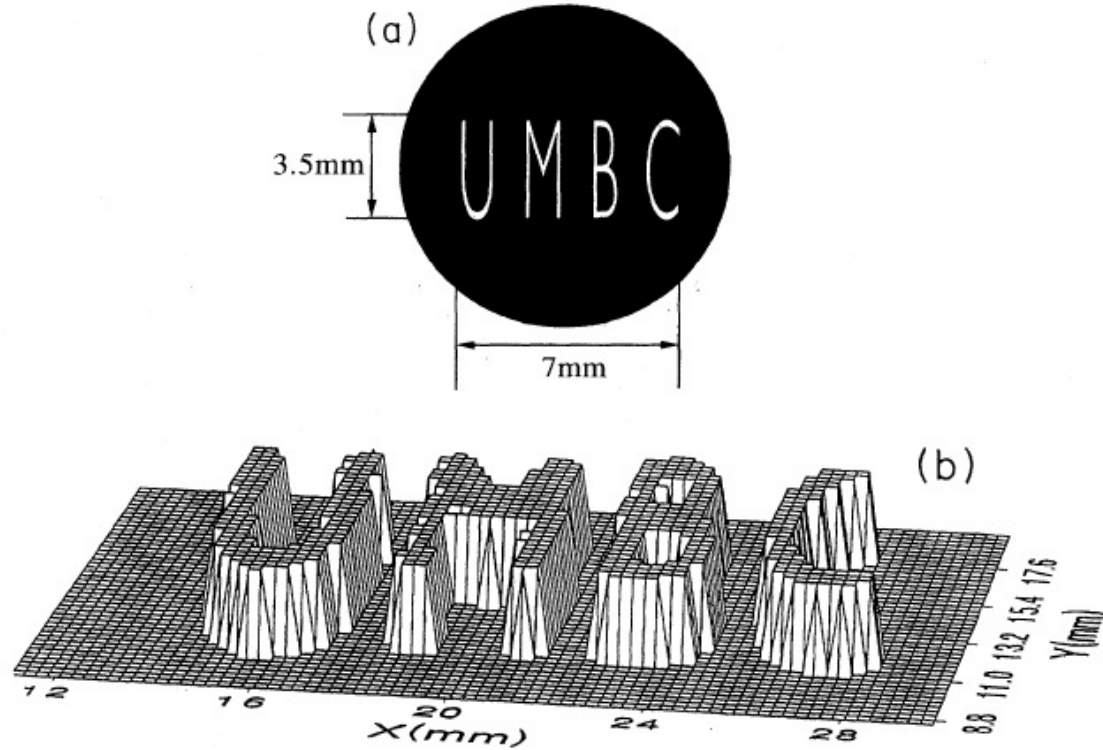
¿Qué son las imágenes fantasma?

Un experimento:



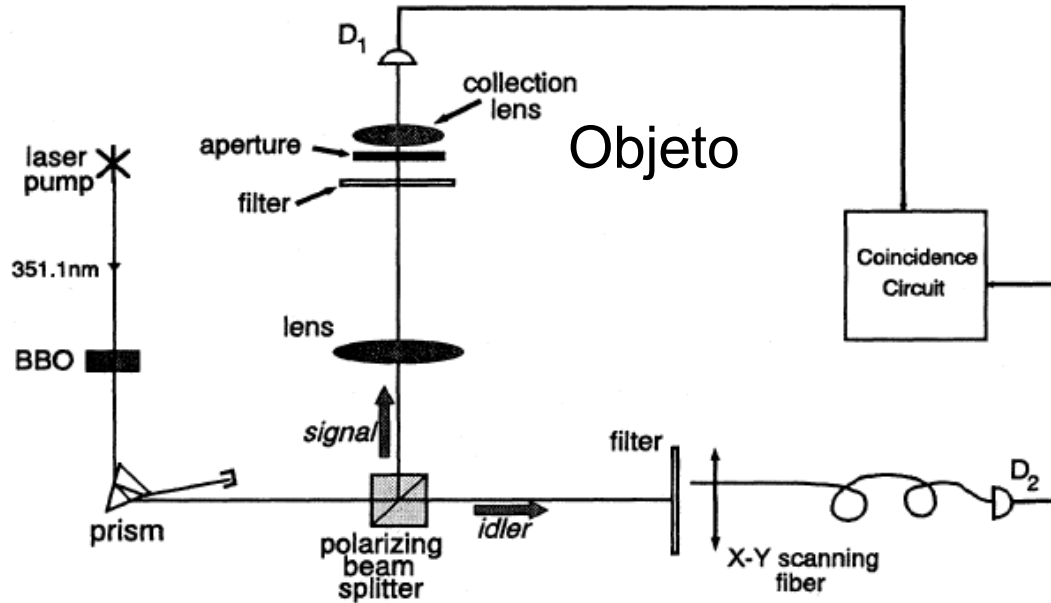
1. T. B. Pittman, Y. H. Shih, D. V. Strekalov, and A. V. Sergienko, "Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement," *Phys. Rev. A* **52**, R3429–R3432 (1995).

La imagen



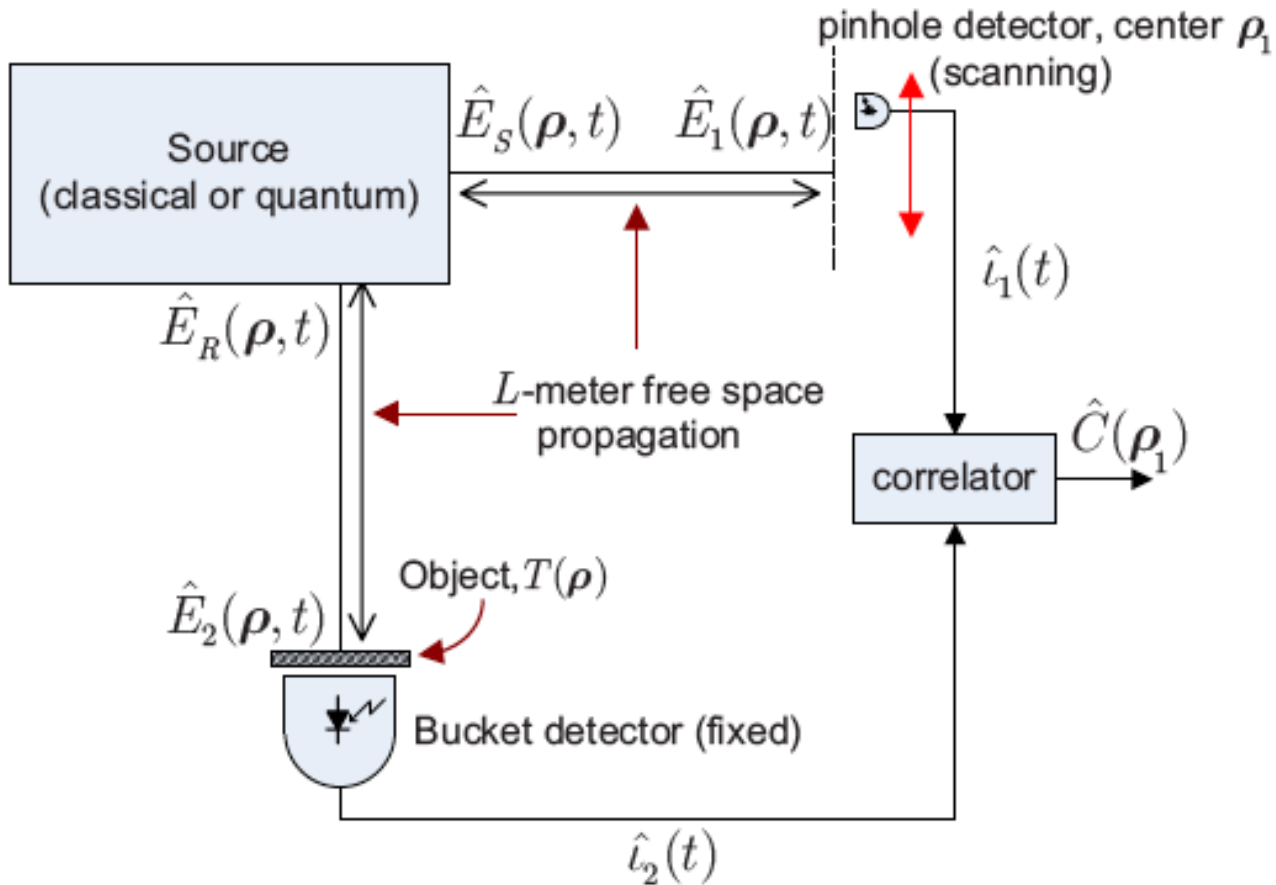
Detector de un solo píxel (bucket)

Las lentes no son necesarias



Detector multipíxel (escaneo)
Coincidencia (correlación, trigger)

Una generalización del aparato.



Baris I. Erkmen and Jeffrey H. Shapiro, "Ghost imaging: from quantum to classical to computational," *Advances in Optics and Photonics* **2**, 405–450 (2010).

Correlación en el desplazamiento de un haz clásico

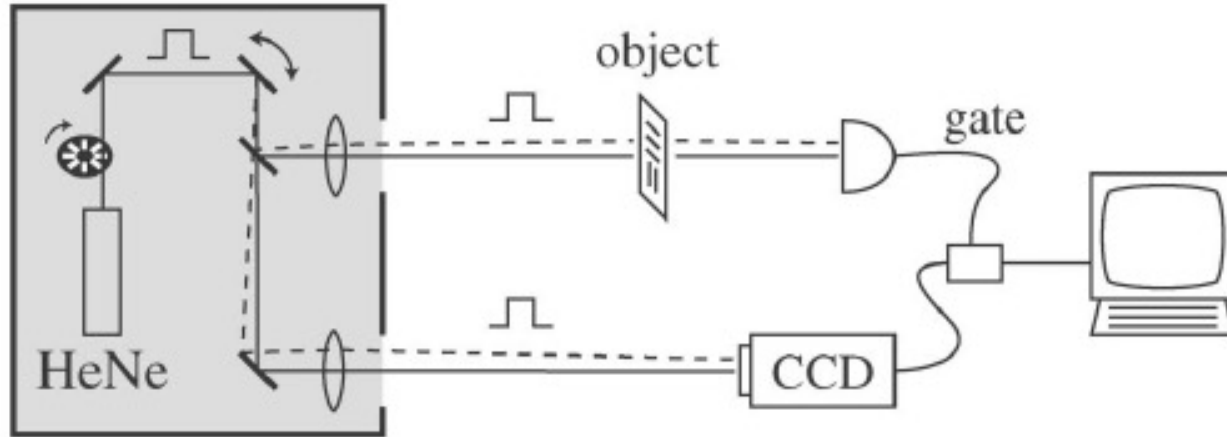


FIG. 2. The experimental setup used to perform coincidence imaging with a classically correlated source (shaded box).

R. S. Bennink, S. J. Bentley, and R. W. Boyd, "Two-photon" coincidence imaging with a classical source," *Phys. Rev. Lett.* **89**, 113601 (2002).

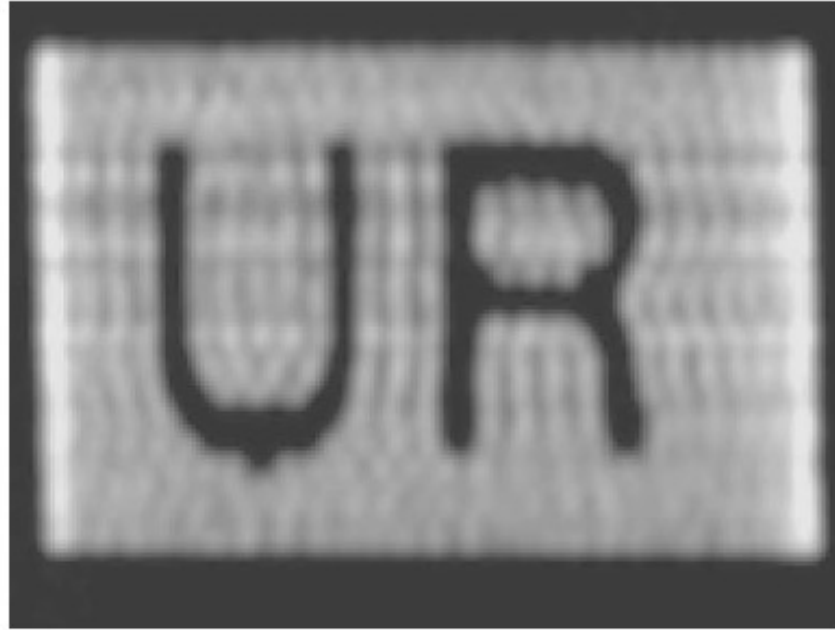


FIG. 3. The image formed in the reference arm when gated by the detector in the test arm. Such an image corresponds to the marginal probability distribution.

R. S. Bennink, S. J. Bentley, and R. W. Boyd, “Two-photon” coincidence imaging with a classical source,” *Phys. Rev. Lett.* **89**, 113601 (2002).

La generalización como problema de probabilidad.

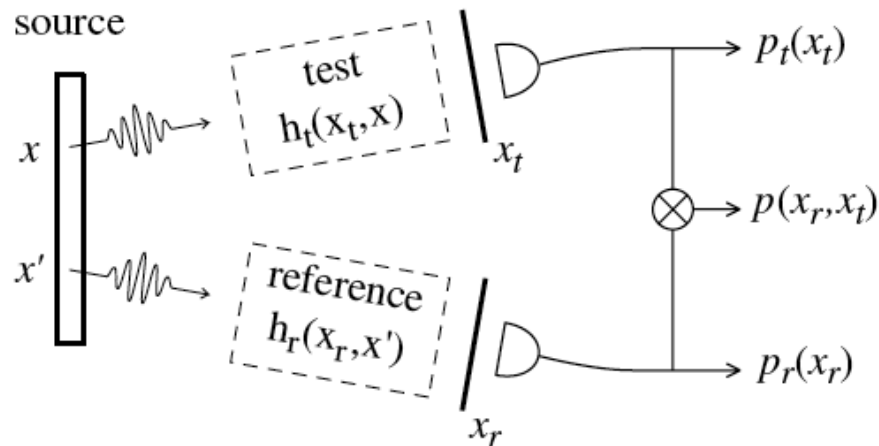


FIG. 1. (adapted from [12]) Two-photon coincidence imaging. The transfer function of the test system is to be obtained from the joint detection statistics using knowledge of the reference system.

R. S. Bennink, S. J. Bentley, and R. W. Boyd, "Two-photon" coincidence imaging with a classical source," *Phys. Rev. Lett.* **89**, 113601 (2002).

Las probabilidades dada la distribución de la fuente

$$p_t(x_t) = \int dx' \left| \int dx h_t(x_t, x) \varphi(x, x') \right|^2,$$

$$p_r(x_r) = \int dx \left| \int dx' h_r(x_r, x') \varphi(x, x') \right|^2,$$

$$p(x_t, x_r) = \left| \int dx dx' h_t(x_t, x) h_r(x_r, x') \varphi(x, x') \right|^2,$$

h es la función de transferencia apropiada y es crucial que ϕ tenga correlaciones

Las funciones de correlación satisfacen la misma ecuación de onda (incluida la difracción) que la onda electromagnética apropiada.

Las fuentes clásicas tienen (Interferencia aleatoria) speckle

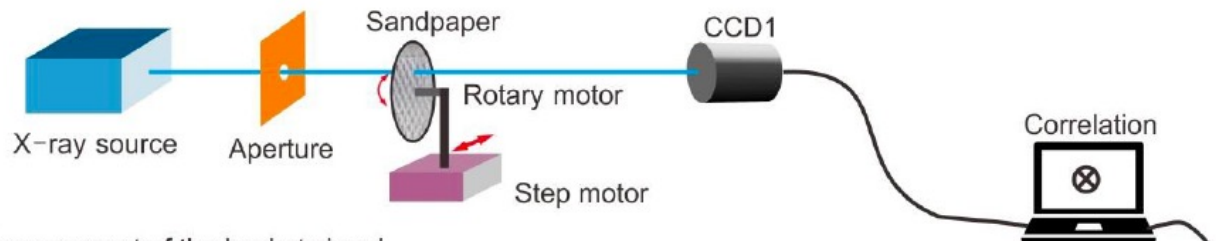
Table-top X-ray Ghost Imaging with Ultra-Low Radiation

Ai-Xin Zhang^{*}, Yu-Hang He^{*}, Ling-An Wu[†], Li-Ming Chen[†], Bing-Bing Wang

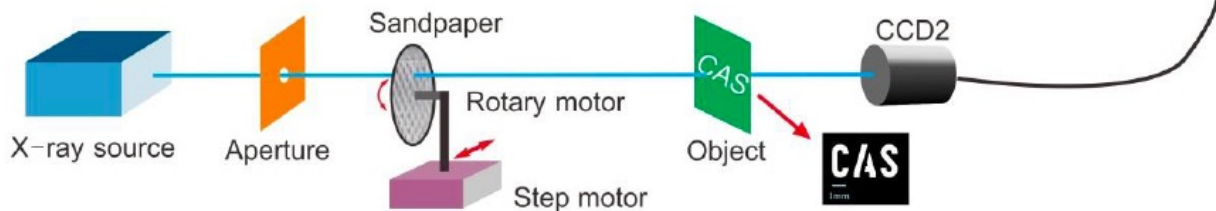
Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100191, China

University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

(a) Pre-recording of the reference signal (speckle patterns)



(b). Measurement of the bucket signal



Ai-Xin Zhang, Yu-Hang He, Ling-An Wu, Li-Ming Chen, Bing-Bing Wang, "Table-top X-ray Ghost Imaging with Ultra-Low Radiation", ArXiv 1709.01016

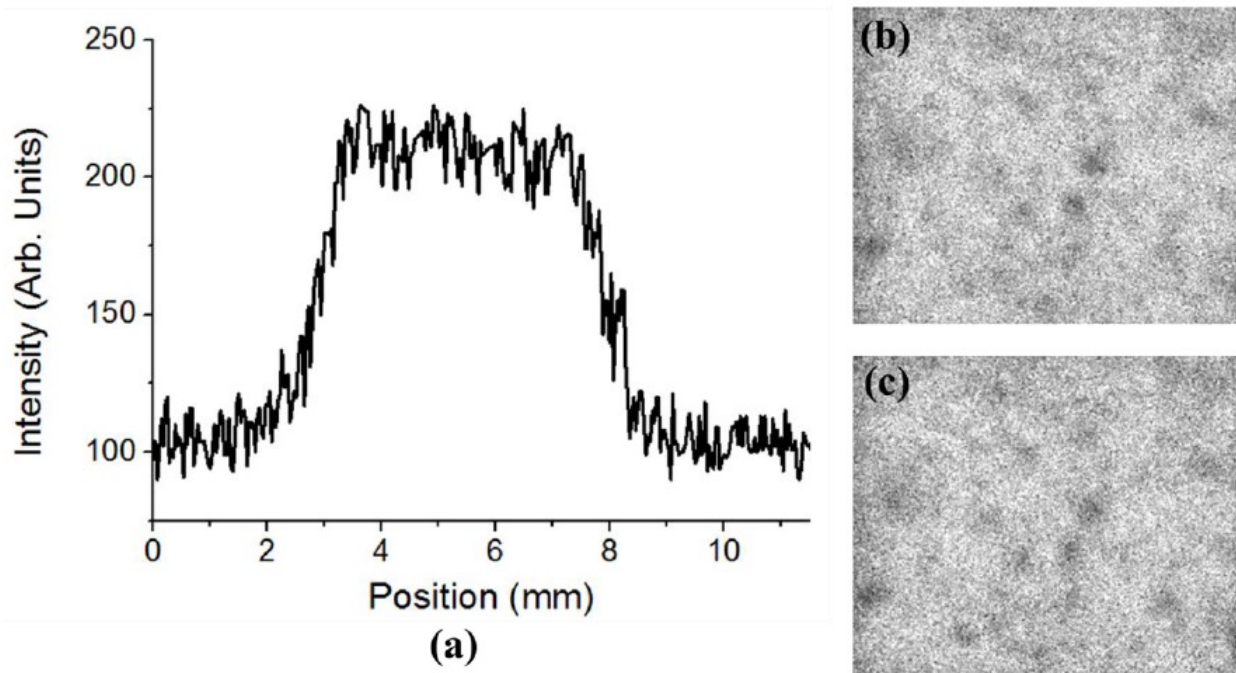
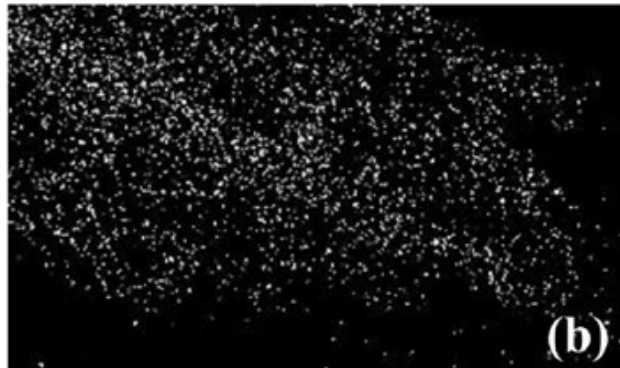
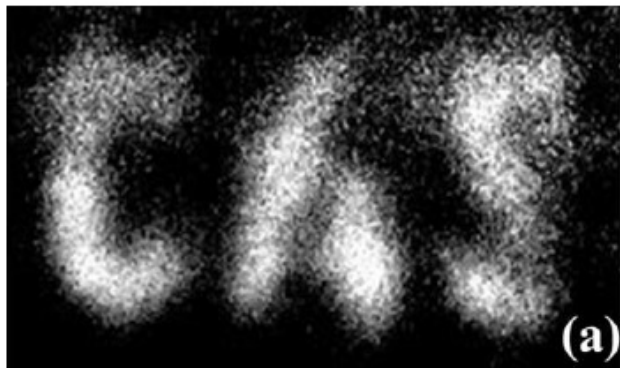


Fig. 2(a) Intensity profile of the direct x-ray beam; (b) Pre-recorded speckle pattern I_1 ;
(c) Speckle pattern I_1' in the second series of positions.



Ai-Xin Zhang, Yu-Hang He, Ling-An Wu, Li-Ming Chen, Bing-Bing Wang, "Table-topX-ray Ghost Imaging with Ultra-Low Radiation", ArXiv 1709.01016

Óptica cuántica

- El fotón es la fluctuación más pequeña fluctuación de la intensidad del campo electromagnético; es su varianza.
- El fotón es el quantum de energía del campo electromagnético. Con energía $\hbar\omega$ a la frecuencia ω .

Correlaciones cuánticas (Glauber):

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle T : \hat{I}(t)\hat{I}(t + \tau) : \rangle}{\langle \hat{I}(t) \rangle^2}$$

El operador de intensidad I es proporcional al número de fotones, pero los operadores tienen que ser normales ($:$) y tiempo (T) ordenado. Todos los operadores de creación hacen los operadores de izquierda y los de aniquilación a la derecha (tal como funciona un fotodetector). Los operadores actúan en orden temporal.

R. Glauber, "*The Quantum Theory of Optical Coherence*," Phys. Rev. **130**, 2529 (1963).

A tiempos iguales (orden normal):

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle \hat{a}^\dagger \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{a} \rangle}{\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle^2}.$$

Commutator : $\hat{a}^\dagger \hat{a} = \hat{a} \hat{a}^\dagger - 1$

$$\langle \hat{a}^\dagger \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{a} \rangle = \langle \hat{a}^\dagger (\hat{a} \hat{a}^\dagger - 1) \hat{a} \rangle = \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle - \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle$$

$$\langle \hat{a}^\dagger \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{a} \rangle = \langle \hat{n}^2 \rangle - \langle \hat{n} \rangle \quad \text{where} \quad \hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$$

La correlación requiere detectar dos fotones, por lo que si detectamos uno, tenemos que tenerlo en cuenta en la contabilidad..

En términos de la varianza del número de fotones:

$$\sigma^2 = \langle \hat{n}^2 \rangle - \langle \hat{n} \rangle^2$$

$$g^{(2)}(0) = 1 + \frac{\sigma^2 - \langle \hat{n} \rangle}{\langle \hat{n} \rangle^2}$$

El resultado clásico dice:

$$= 1 + \frac{\langle \delta(t)^2 \rangle}{I_0^2}$$

La función de correlación de intensidades cuántica puede ser cero, ya que la detección cambia el número de fotones en el campo. Esto está relacionado con las propiedades de varianza: es la varianza mayor o menor que la media (Poissoniana, Super-Poissoniana o Sub-Poissoniana).

$$g^{(2)}(0) = 1 + \frac{\sigma^2 - \langle \hat{n} \rangle}{\langle \hat{n} \rangle^2},$$

En tiempos iguales el valor da:

$$g^{(2)}(0)=1 \text{ Poissonian}$$

$$g^{(2)}(0)>1 \text{ Super-Poissonian}$$

$$g^{(2)}(0)<1 \text{ Sub-Poissonian}$$

La pendiente en tiempos iguales:

$$g^{(2)}(0)>g^{(2)}(0^+) \text{ Bunched}$$

$$g^{(2)}(0)<g^{(2)}(0^+) \text{ Antibunched}$$

Clásicamente no podemos tener Sub-Poissonian ni Antibunched.

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle : \hat{I}(t) \hat{I}(t + \tau) : \rangle}{\langle \hat{I}(t) \rangle^2}$$

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle : \hat{I}(\tau) : \rangle_c}{\langle : \hat{I} : \rangle}$$

Si detectamos un fotón a tiempo t , $g^{(2)}(\tau)$ da la probabilidad de detectar un segundo fotón después de un tiempo τ .

La correlación funciona como mediciones condicionales.

La detección del primer fotón da el estado inicial que va a evolucionar en el tiempo.

Esto puede sonar como probabilidades bayesianas.

$g^{(1)}(\tau)$ Interferogramas.
 $g^{(3/2)}(\tau)$ fluctuaciones de las cuadraturas
 $g^{(2)}(\tau)$ Hanbury-Brown and Twiss.

Gracias